

Diseño y construcción de una plataforma electromecánica automatizada para el lanzamiento y análisis experimental de un cohete didáctico

Design and Construction of an Automated Electromechanical Platform for the Launch and Experimental Analysis of an Educational Rocket

Remberth Romario Mendoza Muñoz

Universidad UTE
remberth.mendoza@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Emely María López Valencia

Universidad UTE
emely.lopez@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Daniela Elizabeth Espimbera Chica

Universidad UTE
daniela.espimbera@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Alan Samuel Montero Ramos

Universidad UTE
alan.montero@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Edison Alexander Lucas Vega

Universidad UTE
edison.lucas@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Pablo José Carrión Chica

Universidad UTE
pablo.carrión@ute.edu.ec
Santo Domingo - Ecuador

Formato de citación APA

Mendoza, R. López, E. Espimbera, D. Montero, A. Lucas, E. & Carrión. P. (2026). Diseño y construcción de una plataforma electromecánica automatizada para el lanzamiento y análisis experimental de un cohete didáctico. Revista REG, Vol. 5 (Nº. 3), p. 391- 420.

CONOCIMIENTO SIN FRONTERAS

Vol. 5 (Nº. 3). julio – septiembre 2026.

ISSN: 3073-1259

Fecha de recepción: 01-07-2026

Fecha de aceptación: 12-07-2026

Fecha de publicación: 30-09-2026



RESUMEN

El proyecto integrador aborda la brecha entre la formación teórica y la experimentación práctica en ingeniería electromecánica, mediante el diseño, construcción y validación de una plataforma automatizada para el lanzamiento y análisis de un cohete didáctico impulsado por aire y agua. El objetivo es contrastar modelos matemáticos del movimiento (basados en dinámica y cálculo diferencial) con datos experimentales obtenidos por sensores de presión y tiempo de vuelo. La metodología incluye el diseño mecánico de la plataforma, la implementación electrónica, el modelado teórico, la construcción del prototipo y la realización de pruebas controladas en el taller electromecánico de la Universidad UTE (Santo Domingo, Ecuador). Se espera que los resultados permitan identificar discrepancias atribuibles a pérdidas aerodinámicas y energéticas no consideradas en modelos ideales, así como validar el modelo desarrollado mediante la comparación sistemática entre predicciones y datos empíricos. Como conclusión principal, la plataforma se constituirá en una herramienta didáctica reutilizable que fortalezca el aprendizaje activo, facilite la comprensión de conceptos como energía cinética, energía potencial y resistencia aerodinámica, y desarrolle competencias en automatización y control electromecánico. El proyecto responde a la necesidad de contar con instrumentación accesible en entornos universitarios, promoviendo metodologías experimentales que transformen el prototipo en un banco de pruebas educativo para futuras prácticas académicas.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje práctico, Cohete didáctico, Instrumentación, Microcontrolador, Modelado matemático.



ABSTRACT

The integrative project addresses the gap between theoretical education and practical experimentation in electromechanical engineering through the design, construction, and validation of an automated platform for launching and analyzing an educational rocket propelled by air and water. The objective is to compare mathematical models of motion, based on dynamics and differential calculus, with experimental data obtained from pressure sensors and flight-time measurements. The methodology includes the mechanical design of the platform, electronic implementation, theoretical modeling, prototype construction, and controlled testing in the electromechanical workshop of UTE University in Santo Domingo, Ecuador. The results are expected to identify discrepancies caused by aerodynamic and energy losses that are not considered in ideal models, as well as to validate the developed model through a systematic comparison between theoretical predictions and empirical data. The main conclusion is that the platform will become a reusable educational tool that strengthens active learning, facilitates the understanding of concepts such as kinetic energy, potential energy, and aerodynamic drag, and develops skills in automation and electromechanical control. The project responds to the need for accessible instrumentation in university environments by promoting experimental methodologies that transform the prototype into an educational test bench for future academic activities.

KEYWORDS: Practical Learning, Educational Rocket, Instrumentation, Microcontroller, Mathematical Modeling.



INTRODUCCIÓN

Estudios previos demostraron que el aprendizaje basado en proyectos con cohetes de agua permite contrastar modelos teóricos con resultados experimentales, identificando discrepancias atribuibles a pérdidas aerodinámicas y energéticas no consideradas en los modelos ideales (Barrio Perotti, Blanco Marigorta, Martínez de la Calle, & Galdo Vega, 2010); asimismo, la incorporación de microcontroladores y sensores ha transformado estos dispositivos en plataformas automatizadas para la toma de datos, superando las limitaciones de los proyectos tradicionales centrados únicamente en la construcción y el lanzamiento (Roca Vicent, Gumbau Gil, & Sanchis Campreciós, 2017). No obstante, persiste una brecha entre la formación teórica y la experimentación práctica en entornos universitarios con recursos limitados. En este contexto, el desarrollo de una plataforma automatizada para lanzamiento y análisis experimental de un cohete didáctico aborda directamente la falta de instrumentación accesible que permita comparar predicciones matemáticas con datos empíricos registrados por la plataforma automatizada (presión, tiempo de vuelo, etc.).

Este proyecto integrador se lleva a cabo en la Universidad UTE, sede Santo Domingo, en la provincia de Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador. La región, marcada por un constante crecimiento urbano y desarrollo económico, se ha consolidado como un punto estratégico para formar profesionales técnicos capaces de impulsar el aparato productivo, tanto a nivel local como nacional.

El trabajo se concentra en el taller electromecánico del campus. Este espacio institucional, destinado a la docencia y la práctica experimental, les ofrece a los estudiantes los recursos básicos necesarios para diseñar, construir y validar preliminarmente sistemas electromecánicos. Para garantizar la seguridad, el control y una correcta supervisión académica, todas las pruebas experimentales se realizarán estrictamente dentro de estas áreas institucionales autorizadas.

Como parte de un proyecto integrador de mitad de carrera, el objetivo central es conectar la teoría con la práctica. Así, los estudiantes aplican de forma activa los conocimientos que han ido adquiriendo en materias de mecánica, electrónica y control.

En el fondo, este proyecto responde a una necesidad socioacadémica evidente: la de potenciar espacios prácticos que complementen las clases teóricas mediante experiencias reales de diseño. Con la implementación progresiva de sensores y sistemas de medición, se busca que este prototipo evolucione hasta convertirse en un banco experimental didáctico en toda regla, transformando la manera en que los estudiantes de ingeniería desarrollan sus habilidades técnicas a través del aprendizaje aplicado. Técnicamente, la solución consiste en una plataforma automatizada que aprovecha tecnologías accesibles e ideales para el aprendizaje práctico.

El desarrollo de este proyecto se justifica por la necesidad de fortalecer el aprendizaje experimental en la ingeniería electromecánica, permitiendo aplicar principios físicos fundamentales a través de un sistema real de análisis dinámico. Desde el punto de vista académico, la experimentación permite verificar cómo se comportan en la realidad los sistemas sometidos a fuerzas variables, lo que facilita comprender conceptos clave como la energía cinética, la energía potencial y la transformación de energía durante el movimiento (Halliday, Resnick, & Krane, 2007). En el ámbito tecnológico, integrar electrónica y programación en una plataforma automatizada ayuda a desarrollar competencias en sistemas de control electromecánico y automatización industrial, áreas que son fundamentales en la ingeniería contemporánea. Asimismo, desde una perspectiva científica, comparar los datos experimentales con los modelos matemáticos permite analizar la influencia de variables reales, tales como la resistencia aerodinámica y las pérdidas energéticas presentes en los sistemas físicos reales (Mott, 2006). Adicionalmente, el proyecto permitirá generar una herramienta didáctica reutilizable para futuras prácticas académicas, promoviendo así metodologías activas de aprendizaje basadas en la experimentación y el análisis de datos reales.

MÉTODOS MATERIALES

Esta investigación se desarrollará bajo un enfoque cuantitativo, fundamentado en la recolección, medición y análisis de los datos numéricos que se generen durante los lanzamientos experimentales de un cohete didáctico de dos etapas. La elección de este enfoque responde a la necesidad de contrastar los resultados de los modelos matemáticos y los principios físicos teóricos con los datos reales registrados en el campo. De esta manera, es posible evaluar el comportamiento del sistema a partir de variables completamente medibles y verificables. El estudio será de tipo aplicado y experimental. Por un lado, es aplicado porque se enfoca en el desarrollo de una solución tecnológica concreta que integra conocimientos de mecánica, electrónica, programación y control. Por el otro, es experimental porque exige la manipulación de variables específicas para observar sus efectos directos sobre el comportamiento del cohete en cada vuelo. Para los casos de estudio, se realizarán múltiples pruebas bajo distintas condiciones de operación; en cada ensayo se modificarán la presión del aire, la cantidad de agua y el ángulo de lanzamiento con el propósito de analizar cómo influyen estos factores en la altura máxima y el alcance horizontal.

En este diseño experimental, las variables se dividen claramente en dos grupos:

- Variables independientes: La presión de aire utilizada en las etapas del cohete, la cantidad de agua empleada como masa de reacción y el ángulo de inclinación al lanzar.
- Variables dependientes: La altura máxima alcanzada y el alcance horizontal obtenido.

Cabe destacar que en los lanzamientos verticales el análisis se centrará principalmente en la altura máxima, mientras que en los lanzamientos inclinados se estudiará la trayectoria parabólica completa a través de ambas mediciones.

Para articular todo el proceso, la investigación se apoyará en la metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), conectando de forma activa los conocimientos de las diferentes asignaturas del nivel. El camino comenzará con una revisión bibliográfica profunda sobre dinámica, aerodinámica, propulsión por agua y aire comprimido, sistemas de control y automatización. Con esa base teórica, se procederá al diseño conceptual de la plataforma y al modelado matemático para predecir el comportamiento del vehículo. Después vendrá la fase de diseño mecánico detallado en SolidWorks, la construcción física del prototipo, la implementación del sistema electrónico basado en el microcontrolador ESP32 y la programación de los mecanismos de control. El proyecto culminará con la integración de todos los subsistemas, la ejecución de las pruebas experimentales y el análisis de los resultados. La operación de la plataforma electromecánica automatizada se gestionará de forma inalámbrica mediante una aplicación móvil conectada por Bluetooth. El procedimiento en el campo iniciará llenando cada etapa del cohete con el volumen de agua definido para ese ensayo en específico; luego, el vehículo se colocará sobre la estructura de lanzamiento y se asegurará firmemente con un mecanismo de retención. Desde la aplicación móvil se dará la orden para iniciar la presurización, un proceso controlado por la ESP32 que supervisará continuamente las condiciones de operación a través de los sensores instalados. Una vez que se alcance la presión programada, el lanzamiento se ejecutará de forma remota. Durante el vuelo, el sistema controlará la separación oportuna de las etapas y la posterior activación de los paracaídas para la recuperación segura del cohete.

Finalmente, la recolección de datos combinará métodos tecnológicos y manuales. Un sensor barométrico a bordo se encargará de registrar la altura exacta en los lanzamientos verticales. En cambio, para las pruebas con ángulos menores a 90° , el alcance horizontal se determinará mediante medición directa en el terreno utilizando una cinta métrica. Todos los datos recolectados se organizarán en hojas de cálculo para su posterior procesamiento, graficación y análisis técnico.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El diseño electromecánico permitió integrar satisfactoriamente los subsistemas estructural, neumático, electrónico y de control en una única plataforma destinada al lanzamiento automatizado de un cohete didáctico impulsado por agua y aire comprimido. El modelado tridimensional desarrollado en SolidWorks facilitó la definición geométrica de cada componente, la verificación de interferencias durante el ensamblaje y la planificación de los procesos de fabricación y montaje.

Dimensionamiento, selección de materiales y ensamble del prototipo

El diseño de la plataforma unifica todo lo necesario para el lanzamiento automatizado del cohete didáctico: componentes estructurales, neumáticos, electrónicos y de control. Para lograrlo, primero modelamos el sistema en 3D con SolidWorks. Esto nos permitió distribuir los elementos de forma eficiente, detectar interferencias antes de armar y planificar la fabricación sin sorpresas.

Con el propósito de ampliar las posibilidades experimentales, se incorporó un mecanismo de regulación angular con cinco posiciones de bloqueo. Esta configuración permite modificar el ángulo de lanzamiento de forma rápida y segura, facilitando la realización de ensayos tanto verticales como parabólicos. Asimismo, la barra cilíndrica de soporte y la ubicación del punto de pivote favorecen una adecuada distribución de las cargas generadas durante la presurización y el lanzamiento, garantizando la estabilidad del conjunto durante su funcionamiento.

Los resultados confirman que el diseño es lo suficientemente rígido como para aguantar los 80 psi de presión de trabajo sin que la estructura tambalee o se vuelva inestable. Además, al hacerlo modular, es facilísimo desarmarlo para dar mantenimiento o cambiar una pieza rota.

Para elegir los materiales no nos complicamos: buscamos un equilibrio entre resistencia mecánica, qué había disponible en las tiendas locales, qué tan fácil era trabajarlo y el precio. Gracias a eso el prototipo funciona bien y quedó bastante ligero. El bastidor principal se hizo con acero estructural PTR para que aguante el golpe del lanzamiento. Para la plataforma superior, en cambio, usamos madera triplex de cinco capas. El sistema de aire se armó con tubos y accesorios de PVC porque se acoplan rápido y aguantan de sobra la presión interna. Finalmente, el cohete en sí se construyó con una botella de PET reciclada y piezas complementarias que imprimimos en 3D usando filamento flexible TPU.

Materiales implementados

1. Base superior: Madera triplex de cinco capas

La madera triplex de cinco capas ofrece una excelente estabilidad dimensional. No se deforma fácilmente con la humedad ni con los cambios de temperatura.

Su Funcionamiento es ser un aislante estructural superior que soporta impactos mecánicos ligeros (como el retroceso del cohete al salir) y las salpicaduras de agua del lanzamiento, manteniendo un peso bajo y permitiendo un mecanizado o perforación muy sencillo para pasar los cables y boquillas.

2. Bastidor estructural: Acero estructural PTR

El PTR (*Perfil Tubular Rectangular*) de acero es la base importante del proyecto. Esta proporciona la rigidez estructural y el peso muerto necesarios para que la plataforma no se mueva, vuelque o vibre bruscamente durante la presurización y el disparo.

El Acero absorbe los esfuerzos de torsión y flexión. Al ser un perfil hueco, ofrece una alta resistencia mecánica en relación con su peso, y permite soldar o atornillar los componentes de control de forma robusta y segura. Es la garantía de seguridad del sistema.

3. Cohete: Botella PET reciclada

El PET (*Tereftalato de polietileno*) es un polímero increíblemente tenaz. Las botellas de refresco están diseñadas de fábrica para soportar presiones internas elevadas (fácilmente entre 50 a 90 psi antes de fallar), lo que las hace perfectas para cohetes de agua neumáticos.

Es un material ligero, impermeable y con memoria elástica, capaz de expandirse ligeramente bajo presión sin estallar inmediatamente. Además, al ser reciclado, aporta un valor ecológico y didáctico de bajo costo al proyecto.

4. Recubrimiento del cohete: TPU impreso en 3D

El TPU (Poliuretano Termoplástico) es un filamento flexible y altamente resistente al impacto. Inicialmente se consideró el uso de PLA debido a su facilidad de impresión; sin embargo, el análisis de las condiciones de operación del sistema evidenció que el TPU ofrece una mayor capacidad para absorber impactos, vibraciones y deformaciones durante el lanzamiento. La Tabla 1 presenta una comparación de las principales características de ambos materiales.

Tabla 1.

Comparación de las propiedades del TPU y PLA para la fabricación de componentes impresos en 3D

Criterio de comparación	TPU	PLA
Rigidez	Baja rigidez y alta elasticidad, permitiendo deformaciones sin daño permanente	Alta rigidez, pero con escasa capacidad de deformación.
Resistencia al impacto	Muy alta; soporta impactos repetitivos sin fracturarse.	Baja; puede agrietarse o romperse ante impactos.
Resistencia a vibraciones	Excelente capacidad para absorber vibraciones durante el lanzamiento y aterrizaje.	Baja capacidad de absorción; transmite las vibraciones directamente a la estructura.
Flexibilidad	Elevada flexibilidad y recuperación de la forma original después de la deformación.	Material rígido con muy poca flexibilidad.
Comportamiento	Mantiene su integridad estructural	Puede presentar fisuras o fracturas

ante cargas dinámicas	bajo esfuerzos repetitivos y cargas variables.	cuando está sometido a cargas dinámicas.
Durabilidad	Alta resistencia al desgaste y a la fatiga mecánica.	Menor resistencia a la fatiga y mayor probabilidad de fallo por esfuerzos repetitivos.
Aplicación en el prototipo	Adecuado para piezas sometidas a vibraciones, impactos y deformaciones durante el lanzamiento.	Adecuado únicamente para piezas rígidas con bajas solicitaciones mecánicas.
Material seleccionado	Sí	No

Con base en esta comparación, se seleccionó TPU para la fabricación de las piezas sometidas a esfuerzos mecánicos y vibraciones, ya que su mayor flexibilidad y resistencia al impacto reducen el riesgo de fractura durante la presurización, el lanzamiento y la recuperación del cohete, su elasticidad absorbe la energía del impacto en el aterrizaje, protegiendo el cuerpo del cohete (la botella PET). Al imprimirse en 3D, permite modelar formas aerodinámicas perfectas (alerones y ojiva) a la medida exacta del prototipo.

5. Sistema neumático: PVC

El PVC (*Policloruro de vinilo*) es el estándar por excelencia para la conducción de fluidos a baja y mediana presión debido a su hermeticidad, bajo costo y facilidad de ensamblaje mediante cemento solvente. Este material ofrece paredes internas lisas que minimizan las pérdidas por fricción del aire y el agua, asegurando un flujo limpio hacia la boquilla del cohete. Es resistente a la corrosión del agua y soporta perfectamente el rango de presión neumática segura utilizado en prácticas didácticas.

Tabla 2.

Materiales empleados en la construcción del prototipo.

Componente	Material
Base superior	Madera triplex de cinco capas
Bastidor estructural	Acero estructural PTR
Cohete	Botella PET reciclada
Recubrimiento del cohete	TPU impreso en 3D
Sistema neumático	PVC

Modelado digital en SketchUp Pro que detalla la geometría de los módulos estabilizadores. La base inferior presenta una longitud de 210.0 mm y un diámetro exterior de 120.0 mm con el distintivo

"UTE" impreso, mientras que el módulo superior cuenta con un cuerpo cilíndrico de 130.0 mm de longitud y aletas con un espesor de 5.0 mm y un alcance de 80.0 mm.

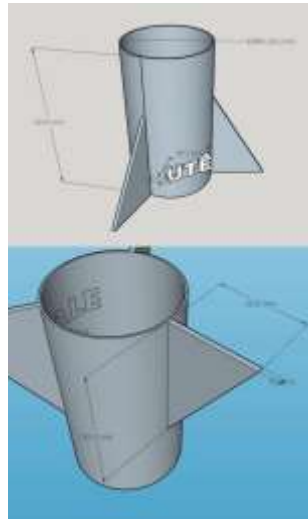
Para definir la longitud de las aletas (80 mm), el primer desafío físico que se consideró fue la presencia de la capa límite turbulenta que se genera alrededor del cuerpo del cohete (un cilindro de 120 mm de diámetro). De acuerdo con Çengel y Cimbala (2014), en el flujo externo sobre cuerpos cilíndricos, a medida que el aire se desplaza a lo largo del fuselaje, se desarrolla una zona de fricción y desprendimiento donde el flujo pierde velocidad y se vuelve inestable. Si las aletas hubieran sido demasiado cortas, habrían quedado atrapadas dentro de esta capa turbulenta, perdiendo gran parte de su efectividad aerodinámica. Por ello, se estableció un alcance de 80 mm con el objetivo de proyectar la superficie activa de la aleta hacia el flujo libre y estable.

Desde la perspectiva de la dinámica del sólido rígido, Sears, Zemansky, Young y Freedman (2013) explican que esta distancia cumple un rol clave en la estabilidad del prototipo: maximiza la distancia perpendicular al eje del cohete, lo que incrementa el brazo de palanca y, por lo tanto, el momento de la fuerza correctora respecto al Centro de Gravedad (CG). Esto asegura que ante cualquier perturbación o desvío angular durante la fase de ascenso, el sistema genere un torque restaurador inmediato. En el diseño se mantuvo un equilibrio delicado: un alcance menor a 80 mm no lograría producir el momento restaurador necesario para estabilizar el vuelo, mientras que una distancia mayor incrementaría excesivamente el área expuesta al viento transversal. Esto último causaría el "efecto veleta", volviendo al cohete demasiado sensible a las ráfagas laterales y desviándolo de su trayectoria vertical planeada.

Según los conceptos de resistencia de materiales de Callister y Rethwisch (2016), este empuje inicial, sumado a la fuerza del aire golpeando la estructura, somete a las aletas a fuerzas de flexión y torsión muy severas. Por esta razón, se decidió utilizar un espesor de 5 mm, estableciendo la rigidez necesaria para que las aletas no se doblen ni se retuerzan en pleno vuelo. Mantener esta rigidez es crucial para evitar un problema aerodinámico conocido como flutter (vibración aeroelástica). Este fenómeno ocurre cuando el viento a alta velocidad hace que la aleta empiece a oscilar y vibrar sin control. Si la aleta es demasiado delgada, estas vibraciones se vuelven cada vez más violentas hasta que la estructura se rompe por completo. Con el espesor de 5 mm seleccionado, se asegura que las aletas soporten el flujo de aire de manera estable, garantizando la seguridad y el éxito del lanzamiento.

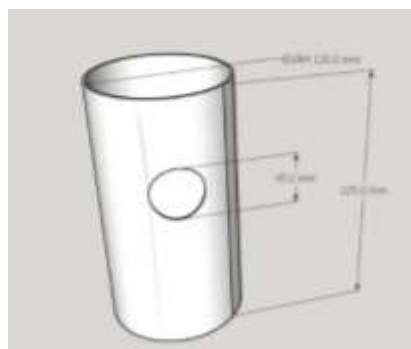
Figura 1.

Diseño tridimensional y acotado de la base de aletas inferiores y superiores del prototipo.



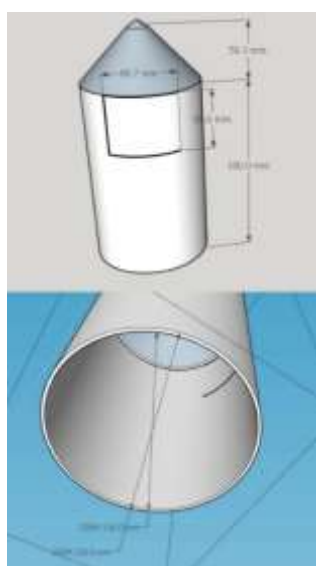
Modelado tridimensional en SketchUp del cilindro exterior modular que actúa como recubrimiento y zona de unión entre las dos fases del cohete didáctico, diseñado para ser fabricado en poliuretano termoplástico (TPU) por su flexibilidad y resistencia al impacto. El componente presenta una longitud total de 225 mm y un diámetro nominal de 120 mm para asegurar la continuidad aerodinámica del cuerpo cilíndrico. Asimismo, incorpora en su zona central un puerto circular de inspección de 45 mm de diámetro, diseñado para facilitar el acceso al sistema de presurización de la segunda etapa. A través de esta abertura se introduce la válvula encargada de transferir el aire comprimido hacia la botella superior, permitiendo su presurización de forma segura y garantizando el correcto funcionamiento del mecanismo de lanzamiento.

Figura 2. Diseño geométrico del cilindro exterior de acoplamiento e interconexión de fases (Capa de TPU).



Modelado en SketchUp de la sección de unión de fases: a la izquierda, la cubierta exterior de TPU 225 mm de largo, diámetro 120 mm y ventana de diámetro 45 mm; a la derecha, el soporte interno de PETG (rígido, 200 mm de largo, diámetro 116 mm exterior para encajar por dentro, espesor de 2 mm y desfogue de diámetro 30 mm). Modelado en SketchUp de la punta del prototipo: consta de una ojiva aerodinámica de 59.3 mm de altura acoplada a un cuerpo cilíndrico de 190 mm de largo. La estructura presenta un diámetro exterior de 120 mm e interior de 116 mm (espesor de pared de 2 mm), e incluye en su lateral una ventana cuadrada de inspección y alojamiento de 68.7 mm X 60 mm.

Figura 3. Diseño geométrico de la sección superior y ojiva del cohete



De acuerdo con Anderson (2017), un cuerpo cilíndrico con una ojiva frontal permite disminuir notablemente el coeficiente de arrastre, ya que reduce la separación del flujo de aire y favorece una distribución más uniforme de las presiones sobre la superficie del vehículo. Por esta razón, se diseñó una punta aerodinámica con una ojiva de 59.3 mm de altura acoplada a un cuerpo cilíndrico de 190 mm, dimensión calculada para suavizar el impacto del flujo incidente sin incrementar innecesariamente la longitud ni la masa total del prototipo.

Durante las pruebas de integración, todo respondió tal como se esperaba. Los materiales aguantaron bien el esfuerzo físico: no hubo deformaciones permanentes ni daños que pusieran en riesgo el funcionamiento. Esto confirma que la combinación elegida fue la correcta para el prototipo.

Para fabricar el prototipo pasamos por varias etapas: corte, soldadura, perforado, roscado, impresión 3D y ensamblaje mecánico. Cada proceso fue clave para dar forma a las piezas y asegurar que encajaran a la perfección. Una vez lista la estructura, le aplicamos un acabado superficial para

protegerla del desgaste y alargar su vida útil. El último paso fue la integración: unimos los sistemas estructural, neumático y electrónico en un bloque único. El resultado es un prototipo compacto que cumple al pie de la letra con el diseño original.

Tabla 3.

Procesos de fabricación realizados.

Proceso	Aplicación
Corte	Fabricación de elementos estructurales y componentes de madera
Soldadura	Unión del bastidor metálico
Taladrado	Perforaciones para fijaciones mecánicas
Roscado	Preparación de uniones desmontables
Impresión 3D	Fabricación de componentes auxiliares
Ensamble mecánico	Integración de los subsistemas
Acabado superficial	Aplicación de barniz protector

Durante la etapa inicial del proyecto, la plataforma de lanzamiento fue construida utilizando tuberías de policloruro de vinilo (PVC), conformadas por tubos rectos, codos de 90° y uniones tipo "T", formando una base cuadrada destinada a soportar el sistema de presurización y el cohete. El sistema incorporaba un manómetro y una válvula manual para controlar la presión interna durante las primeras pruebas. Aunque esta configuración permitió verificar el funcionamiento básico del sistema, se evidenció que la estructura no proporcionaba la rigidez suficiente para soportar el peso del cohete cargado con agua y las fuerzas generadas durante la presurización, ocasionando deformaciones de la botella y reduciendo la estabilidad del lanzamiento. Como resultado de estas pruebas, se rediseñó completamente la plataforma, reemplazando la estructura de PVC por una base de madera de mayor resistencia mecánica, sobre la cual se integraron posteriormente los elementos estructurales, neumáticos y electrónicos del sistema.

Este acoplamiento final sirvió para comprobar que todos los subsistemas se entienden entre sí. Además, gracias al diseño modular, meterle mano para el mantenimiento es sumamente sencillo. La plataforma ya quedó lista para recibir el sistema de control y empezar las pruebas de campo.

El desarrollo del prototipo se concibió como un proceso iterativo y evolutivo, estructurado en varias fases de diseño y simulación. La etapa inicial partió de una rigurosa revisión bibliográfica y el análisis comparativo de proyectos previos de cohetes de agua, con el fin de establecer una línea base de rendimiento y estabilidad aerodinámica.

En la propuesta preliminar, se planteó la construcción de un vehículo de tres etapas, buscando maximizar el tiempo de vuelo y el apogeo. No obstante, al desglosar los requerimientos del sistema, se identificó que esta configuración multiplicaba los puntos críticos de falla. La necesidad de incorporar sensores (como acelerómetros y barómetros), actuadores para la liberación de los módulos, sistemas de control activo y mecanismos de separación neumática o mecánica en cada interfaz, elevaba drásticamente la masa total y la complejidad algorítmica del software de vuelo.

Tras un análisis de viabilidad, se determinó que coordinar la sincronía de dos separaciones consecutivas en pleno vuelo comprometía severamente la estabilidad del cohete y la integridad de la carga útil. Por lo tanto, se reorientó el diseño hacia un sistema de dos etapas. Esta configuración optimizada no solo redujo la resistencia aerodinámica y el peso estructural, sino que facilitó una integración robusta y ordenada de la electrónica de control y los sistemas de recuperación (paracaídas), garantizando un margen de seguridad y éxito significativamente mayor para las pruebas de lanzamiento.

Validación de la fabricación del prototipo

La fabricación del prototipo requirió la ejecución de procesos de corte, soldadura, mecanizado, impresión 3D y ensamblaje, verificando en cada etapa el cumplimiento de las dimensiones establecidas en el diseño CAD. La integración de estos procesos permitió obtener una estructura rígida, modular y adecuada para soportar las condiciones de operación del sistema.

Durante las primeras etapas del desarrollo se construyó una plataforma de lanzamiento utilizando tuberías de PVC unidas mediante codos de 90° y conexiones tipo "T", formando una base cuadrada que incorporaba un manómetro y una válvula manual para la presurización del cohete. Aunque esta configuración permitió realizar las primeras pruebas de funcionamiento, se identificaron limitaciones relacionadas con la rigidez estructural, la estabilidad del conjunto y la deformación de la botella durante la presurización. Estos resultados hicieron necesario rediseñar completamente la plataforma, sustituyendo la estructura de PVC por una base metálica con una plataforma superior de madera, capaz de soportar de forma segura los esfuerzos generados durante el lanzamiento.

Una vez validada la nueva estructura, se integraron progresivamente los sistemas neumático, mecánico y electrónico. Se incorporó una electroválvula para automatizar el lanzamiento, una tubería de acero para conducir el aire comprimido y un tanque portátil de almacenamiento que permitió realizar los ensayos en espacios abiertos sin depender del compresor del taller, mejorando la seguridad y la movilidad del sistema. Paralelamente, el cohete también evolucionó desde un primer prototipo construido con botellas de PET de 3,0 L y 1,25 L unidas mediante la mitad de otra botella utilizada como

acople estructural y aletas de cartón, hasta la versión final equipada con mecanismos automáticos de separación de etapas y despliegue del paracaídas. Durante las pruebas preliminares se detectaron fallas en el sistema de recuperación, las cuales fueron corregidas mediante modificaciones estructurales y electrónicas hasta obtener la configuración final implementada en el proyecto.

Funcionamiento de la plataforma de lanzamiento

Una vez finalizado el proceso de construcción e integración, la plataforma de lanzamiento quedó conformada por dos secciones principales: una estructura inferior y una estructura superior. La estructura inferior, fabricada en acero, incorpora un mecanismo que permite ajustar el ángulo de lanzamiento del cohete de acuerdo con los requerimientos de cada ensayo experimental.

La estructura superior está constituida por dos placas de madera de 500 × 500 mm, separadas 100 mm entre sí, espacio destinado al alojamiento y protección de los componentes neumáticos y electrónicos. En su interior se encuentran la electroválvula, el sensor de presión de aire y una tubería de acero de ½ pulgada, encargada de conducir el aire comprimido hacia el sistema de lanzamiento. En el extremo superior de la tubería se ubica el mecanismo de retención que mantiene asegurado el cohete durante la etapa de presurización, mientras que en el extremo inferior se conecta la manguera proveniente del tanque de almacenamiento de aire comprimido.

Con el propósito de proteger los componentes electrónicos frente a la humedad generada durante los lanzamientos, estos fueron instalados dentro de una caja de protección ubicada entre ambas placas de madera. Asimismo, la parte superior incorpora dos soportes laterales que mantienen estable el cohete durante la presurización. Dichos soportes son accionados mediante dos servomotores metálicos conectados por hilo de nylon, disposición que evita el contacto directo de los actuadores con el agua expulsada durante el lanzamiento.

Finalmente, el aire comprimido se almacena en un tanque reutilizado, conectado directamente a la electroválvula mediante una manguera de alta presión, permitiendo realizar la presurización del sistema de forma segura y controlada antes de cada lanzamiento.

Rendimiento del prototipo y modalidades de prueba

Las pruebas funcionales evidenciaron un funcionamiento integrado entre los componentes electrónicos, neumáticos y mecánicos. En general, el rendimiento obtenido cumplió los requerimientos establecidos para el proyecto.

Tabla 3.

Diagnóstico de integración de los componentes

Componente	Resultado operativo
Control y conectividad: ESP32-C3 SuperMini, Arduino Nano, Bluetooth Low Energy	Procesamiento de señales y comunicación móvil estables.
Sensores: Presión, MPU6050, BMP280, Manómetro	Mediciones e integridad de lecturas estables durante las pruebas de funcionamiento.
Potencia y actuadores: Regulador MP1584EN, Batería LiPo 11.1 V, Relé, Electroválvula KTC 309-243	Voltaje estable, alimentación continua y conmutación precisa.
Servomotores: MG996R, Futaba S3003, SG90, Servo de separación	Posicionamiento angular y mecanismos de liberación exactos.
Estructura y fluidos: Estructura PTR, tuberías PVC, cohete PET, sistema de recuperación	Sin deformaciones, libre de fugas a 80 psi y acoplamiento total.

Para mejorar la organización del cableado y aumentar la confiabilidad del sistema se diseñaron dos placas de circuito impreso (PCB). La primera PCB corresponde al sistema de control instalado en la base de lanzamiento, mientras que la segunda PCB se incorporó en el cohete para la adquisición de datos durante el vuelo.

Tabla 4.

Diseño e implementación de las placas electrónicas

Componente	Función	Etapas de Diseño	Referencia
PCB Base	Control de actuadores y monitoreo de presión en la base de lanzamiento.	• Esquemático electrónico	• Ver Figura 13
		• Ruteado de pistas (Layout)	• Ver Figura 14
PCB Cohete	Adquisición de datos de telemetría y orientación en vuelo.	• Esquemático electrónico	• Ver Figura 16
		• Ruteado de pistas (Layout)	• Ver Figura 17

Figura 9.

Diagrama esquemático de la PCB de la Base de Lanzamiento.

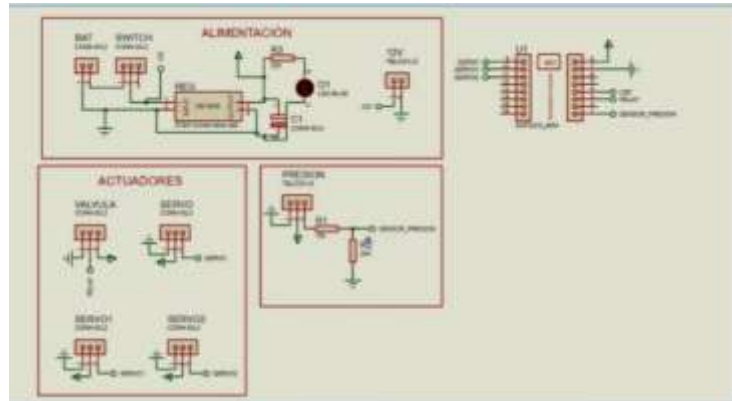


Figura 10. Diseño de pistas y distribución de componentes (Layout) de la PCB de la Base.



Código de la PCV de la base

```
#include <BLEDevice.h>
#include <BLEServer.h>
#include <BLEUtils.h>
#include <BLE2902.h> // Necesario para las notificaciones

// ===== PINES =====
#define LED_PIN 8 // LED INDICADOR DE LA ESP32 C3 SUPER MINI
#define SERVO1_PIN 5 // SERVO 1
#define SERVO2_PIN 6 // SERVO 2
#define SERVO3_PIN 7 // SERVO 3

#define RELAY_PIN 2 // VÁLVULA
#define SENSOR_PIN 0 // SENSOR PRESIÓN

// ===== PWM SERVOS =====
#define PWM_FREQ 50
#define PWM_RES 14
#define SERVO1_CH 0
#define SERVO2_CH 1
```

```
#define SERVO3_CH 2

// ===== VARIABLES =====
int contador1 = 0;

// ===== SENSOR PRESIÓN =====
float presionPSI = 0;
float voltaje = 0;
int lecturaADC = 0;

BLECharacteristic *pCharacteristic;
bool deviceConnected = false;

// ===== CONTROL AUTOMÁTICO =====
bool monitorearPresion = false;

// ===== BLE CONFIG =====
#define SERVICE_UUID "12345678-1234-1234-1234-1234567890ab"
#define CHARACTERISTIC_UUID "abcd1234-5678-1234-5678-1234567890ab"

// ===== FUNCIONES SERVO =====
uint32_t anguloToDuty(int angulo) {
    return map(angulo, 0, 180, 500, 2500) * 16384 / 20000;
}

void moverServo(int canal, int angulo) {
    ledcWrite(canal, anguloToDuty(angulo));
}

// ===== CALLBACKS =====
class MyServerCallbacks: public BLEServerCallbacks {
    void onConnect(BLEServer* pServer) {
        deviceConnected = true;
    };

    void onDisconnect(BLEServer* pServer) {
        deviceConnected = false;
        // IMPORTANTE: Reiniciar publicidad al desconectarse para que vuelva a aparecer en la app
        pServer->getAdvertising()->start();
    }
};

class MyCallbacks: public BLECharacteristicCallbacks {
    void onWrite(BLECharacteristic *pCharacteristic) {
        std::string value = pCharacteristic->getValue();
        if (value.length() == 0) return;

        const char* data = value.c_str();

        // ===== CONTROL BLE =====
        if (data[0] == 'a') {
            digitalWrite(RELAY_PIN, HIGH);
        }
    }
};
```

```
    digitalWrite(LED_PIN, HIGH);
  }
  // ===== NUEVO CONTROL AUTOMÁTICO =====
  else if (data[0] == 'A') {
    digitalWrite(RELAY_PIN, LOW);
    digitalWrite(LED_PIN, HIGH);
    monitorearPresion = true;
  }
  else if (data[0] == 'c') {
    digitalWrite(RELAY_PIN, LOW);
    digitalWrite(LED_PIN, LOW);
  }
  else if (data[0] == 'b') {
    moverServo(SERVO1_CH, 0);
    moverServo(SERVO2_CH, 0);
    moverServo(SERVO3_CH, 0);
  }
  else if (data[0] == 'd') {
    moverServo(SERVO1_CH, 180);
    moverServo(SERVO3_CH, 180);
    delay(500);
    moverServo(SERVO2_CH, 180);
  }
}
};

// ===== SETUP =====
void setup() {
  Serial.begin(115200);

  // ===== ADC =====
  analogReadResolution(12); // 0-4095

  pinMode(LED_PIN, OUTPUT);
  pinMode(RELAY_PIN, OUTPUT);

  digitalWrite(LED_PIN, LOW);
  digitalWrite(RELAY_PIN, HIGH); // RELAY INICIA EN HIGH

  // ===== PWM SERVOS =====
  ledcSetup(SERVO1_CH, PWM_FREQ, PWM_RES);
  ledcSetup(SERVO2_CH, PWM_FREQ, PWM_RES);
  ledcSetup(SERVO3_CH, PWM_FREQ, PWM_RES);

  ledcAttachPin(SERVO1_PIN, SERVO1_CH);
  ledcAttachPin(SERVO2_PIN, SERVO2_CH);
  ledcAttachPin(SERVO3_PIN, SERVO3_CH);

  // POSICIÓN INICIAL
  moverServo(SERVO1_CH, 0);
  moverServo(SERVO2_CH, 0);
  moverServo(SERVO3_CH, 0);
```

```
delay(1000);

// ===== BLE =====
BLEDevice::init("BASE_COHETE");

BLEServer *pServer = BLEDevice::createServer();
pServer->setCallbacks(new MyServerCallbacks());

BLEService *pService = pServer->createService(SERVICE_UUID);

// SE MODIFICA: Se agrega NOTIFY y READ para poder enviar datos a la app
pCharacteristic = pService->createCharacteristic(
    CHARACTERISTIC_UUID,
    BLECharacteristic::PROPERTY_WRITE |
    BLECharacteristic::PROPERTY_READ |
    BLECharacteristic::PROPERTY_NOTIFY
);

// IMPORTANTE: Se añade el descriptor necesario para que las notificaciones funcionen en apps cliente
pCharacteristic->addDescriptor(new BLE2902());

pCharacteristic->setCallbacks(new MyCallbacks());

pService->start();

BLEAdvertising *pAdvertising = BLEDevice::getAdvertising();
pAdvertising->addServiceUUID(SERVICE_UUID); // Buena práctica: anunciar el UUID del servicio
pAdvertising->start();

Serial.println("BLE listo, esperando conexión...");
}

// ===== LOOP =====
void loop() {
    // ===== LECTURA SENSOR PRESIÓN =====
    lecturaADC = analogRead(SENSOR_PIN);

    // ===== ADC -> VOLTAJE =====
    voltaje = (lecturaADC / 4095.0) * 3.3;

    /*
    CALIBRACIÓN REAL:
    0.36V = 0 PSI
    0.52V = 90 PSI
    */
    presionPSI = (voltaje - 0.36) * (90.0 / (0.52 - 0.36));

    // ===== CORRECCIÓN DE ERROR EN CERO (ZONA MUERTA) =====
    // Como el sensor fluctúa entre 12 y 20 PSI sin presión, cualquier valor
    // igual o menor a 20.5 PSI se fuerza a cero absoluto.
    if (presionPSI <= 30) {
```

```
    presionPSI = 0.0;
}

// ===== CONTROL AUTOMÁTICO DE PRESIÓN =====
if (monitorearPresion && presionPSI >= 80.0) {
    digitalWrite(RELAY_PIN, HIGH);
    monitorearPresion = false;
    Serial.println("PRESION MAXIMA ALCANZADA");
}

// ===== ENVÍO DE DATOS POR BLE =====
if (deviceConnected) {
    // Convertimos el float de la presión a un String con 1 decimal
    String strPresion = String(presionPSI, 1);

    // Asignamos el valor a la característica y notificamos a la app
    pCharacteristic->setValue(strPresion.c_str());
    pCharacteristic->notify();

    Serial.print("-> Enviado por BLE: ");
    Serial.println(strPresion + " PSI");
}

// ===== MOSTRAR EN SERIAL =====
Serial.print("ADC: ");
Serial.print(lecturaADC);
Serial.print(" | Voltaje: ");
Serial.print(voltaje, 3);
Serial.print(" V");
Serial.print(" | Presion: ");
Serial.print(presionPSI, 1);
Serial.println(" PSI");

delay(500); // El valor se enviará a la app cada 500 ms
}
```

El programa de la PCB Base fue desarrollado para controlar automáticamente el proceso de presurización y lanzamiento del cohete mediante un ESP32-C3 SuperMini. Su funcionamiento se basa en cinco bloques principales:

- **Comunicación Bluetooth Low Energy (BLE):** Se implementó la librería BLE para establecer comunicación inalámbrica entre la plataforma y la aplicación móvil. El código crea un servicio BLE con características de escritura, lectura y notificación, permitiendo recibir órdenes desde el celular y enviar continuamente el valor de la presión medida.
- **Lectura y calibración del sensor de presión:** El programa realiza la lectura analógica del sensor mediante el convertidor ADC de 12 bits del ESP32. Posteriormente convierte el voltaje en unidades de presión (psi) utilizando una ecuación de calibración obtenida experimentalmente.

- **Control automático de presurización:** Una de las funciones más importantes del programa consiste en supervisar continuamente la presión interna del sistema. Cuando el sensor detecta que se alcanzan los 80 psi, el microcontrolador desactiva automáticamente la electroválvula mediante el relé, evitando sobrepresiones y garantizando un funcionamiento seguro.
- **Control de actuadores:** El código utiliza modulación PWM para controlar tres servomotores encargados del mecanismo de retención y liberación del cohete. Las posiciones de cada servo se ejecutan según las órdenes enviadas desde la aplicación móvil.
- **Envío de datos en tiempo real:** Cada 500 ms el ESP32 transmite la presión instantánea mediante notificaciones BLE, permitiendo al operador supervisar el estado de la plataforma antes del lanzamiento.

Figura 11.

Diagrama de flujo del sistema de control de la PCB inferior.

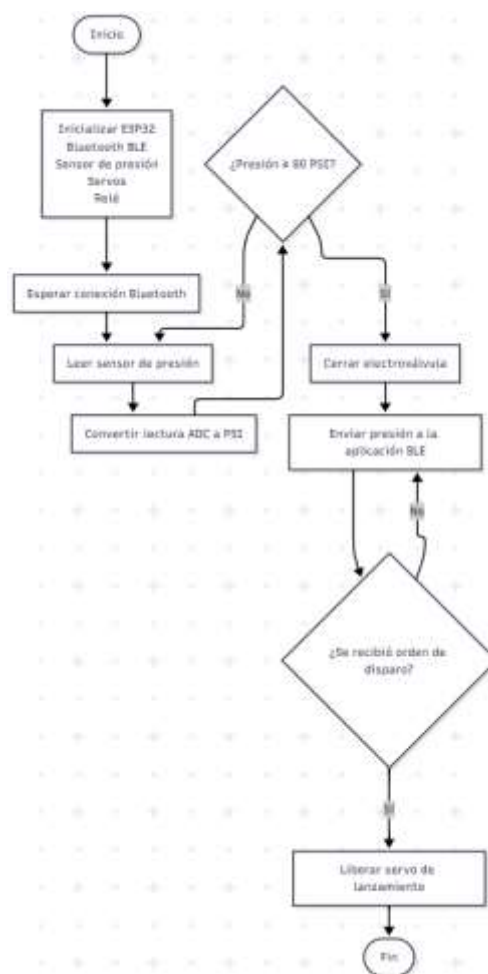


Figura 12.

Diagrama esquemático de la PCB del Cohete.

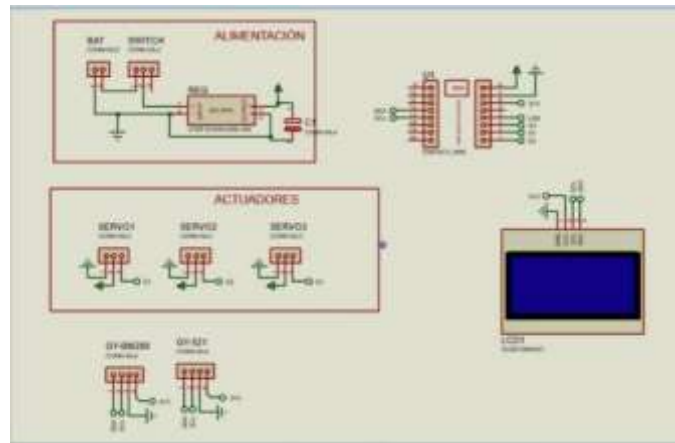
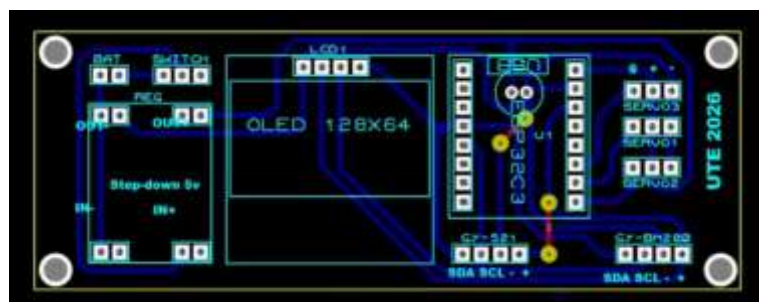


Figura 13. Diseño de pistas y distribución de componentes (Layout) de la PCB del Cohete.

Código de la PCV del cohete



El programa instalado en la PCB superior tiene como objetivo monitorear continuamente las variables del vuelo y controlar de forma automática la separación de etapas y el despliegue del paracaídas durante todas las fases del lanzamiento.

- **Inicialización y calibración de los dispositivos:** Durante el encendido se inicializan el sensor barométrico BMP280, el acelerómetro y giroscopio MPU6050, la pantalla OLED y los dos servomotores encargados de la separación de etapas y la liberación del paracaídas. Posteriormente, el sistema realiza una calibración automática tomando 100 muestras de presión atmosférica y aceleración en reposo para establecer los valores de referencia que serán utilizados durante el vuelo.
- **Cálculo de altura mediante el BMP280:** El programa obtiene continuamente la presión atmosférica y la convierte en altura utilizando la ecuación barométrica. Para mejorar la estabilidad de

la medición se implementa un filtro exponencial (EMA), el cual reduce las fluctuaciones propias del sensor y proporciona una señal de altura más estable y confiable.

- **Estimación de la velocidad vertical:** A partir de las variaciones de altura registradas por el BMP280, el sistema calcula la velocidad vertical del cohete mediante diferencias sucesivas entre mediciones consecutivas. Posteriormente, esta velocidad también es filtrada mediante un algoritmo exponencial, permitiendo detectar con mayor precisión el ascenso, la desaceleración y el inicio del descenso.

- **Monitoreo de la aceleración:** El sensor MPU6050 registra permanentemente la aceleración total del cohete. Esta información permite detectar el momento exacto del lanzamiento, identificar el inicio y final de cada etapa de propulsión y verificar las diferentes fases del vuelo.

- **Máquina de estados del vuelo:** La lógica principal del programa se implementa mediante una máquina de estados conformada por siete etapas: Espera, Primer Impulso, Espera del Segundo Impulso, Segundo Impulso, Ascenso de la Segunda Etapa, Paracaídas Desplegado y Finalizado. Esta estructura garantiza que cada acción ocurra únicamente cuando se cumplen las condiciones previamente establecidas, evitando activaciones incorrectas de los mecanismos.

- **Detección automática del lanzamiento:** El despegue se detecta cuando la aceleración supera un umbral preestablecido durante varias lecturas consecutivas. Este método evita falsas detecciones ocasionadas por vibraciones o pequeños movimientos antes del lanzamiento.

- **Control automático de la separación de etapas:** Una vez finalizado el primer impulso, el programa verifica simultáneamente que la aceleración haya disminuido, que el cohete haya superado una altura mínima de seguridad y que continúe ascendiendo. Cuando estas tres condiciones se cumplen, el servomotor de separación gira automáticamente hasta los 180°, liberando la segunda etapa del cohete.

- **Detección del segundo impulso:** Después de la separación, el sistema monitorea nuevamente la aceleración para identificar el encendido de la segunda etapa. Para evitar falsas detecciones producidas por el movimiento mecánico del servomotor, el programa incorpora un tiempo de bloqueo inmediatamente después de la separación.

- **Despliegue automático del paracaídas:** Al finalizar el segundo impulso, el sistema supervisa continuamente la velocidad vertical del cohete. Cuando detecta que la velocidad comienza a disminuir y alcanza el valor programado para la apertura, acciona automáticamente el servomotor encargado de liberar el paracaídas antes de llegar al apogeo, favoreciendo una recuperación más segura.

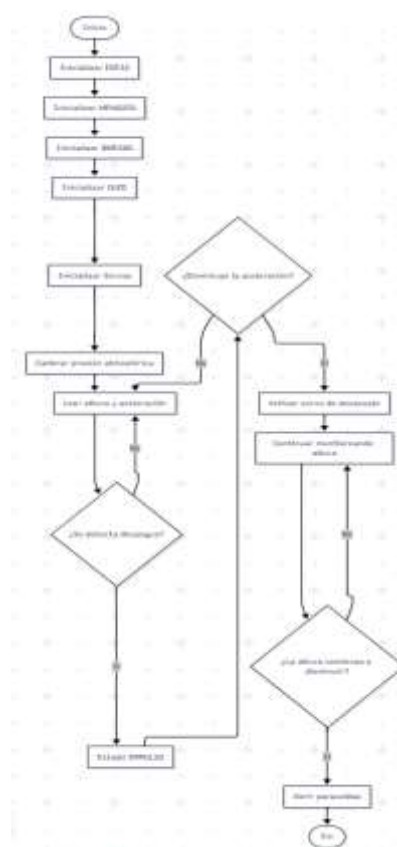
- **Sistemas de respaldo (Failsafe):** Como medida de seguridad, el programa incorpora varios mecanismos de respaldo. Si el segundo impulso no es detectado correctamente por el acelerómetro, el BMP280 continúa evaluando la velocidad vertical y el inicio del descenso para liberar el paracaídas automáticamente. Además, se establece un tiempo máximo de espera tras la separación, garantizando que el paracaídas se despliegue incluso ante una falla en la detección de los eventos principales.

- **Registro de parámetros del vuelo:** Durante toda la trayectoria el sistema almacena y actualiza continuamente variables como la altura instantánea, la altura máxima alcanzada, la velocidad vertical, la aceleración total y la altura en la que ocurre la separación de etapas, información útil para el análisis posterior del desempeño del cohete.

Visualización en tiempo real: La pantalla OLED muestra continuamente el estado del vuelo, la altura instantánea, la altura máxima registrada, la velocidad vertical y la aceleración medida. Al finalizar el vuelo, la pantalla presenta un resumen con la altura final, la altura máxima alcanzada y la confirmación del despliegue del paracaídas.

Figura 14.

Diagrama de flujo del sistema de control de la PCB superior.



El acoplamiento electromecánico demostró ser un éxito, logrando unificar la mecánica, la neumática y la electrónica en un entorno experimental único.

Para sacarle el máximo provecho, la plataforma opera en dos modalidades:

- **Configuración vertical:** Ideal para medir la altura máxima alcanzada. El sistema monitorea la presión interna en tiempo real y, al llegar a los 80 psi programados, el disparo se activa de forma remota desde la aplicación móvil.
- **Configuración inclinada:** Diseñada para estudiar el movimiento parabólico, analizando variables de trayectoria y alcance horizontal.

Esta versatilidad permite contrastar directamente las ecuaciones teóricas con los datos reales de campo. En resumen, el prototipo es una herramienta robusta, modular y adaptable, lista para realizar prácticas de dinámica, conservación de la energía e impulso mecánico.

Rendimiento del sistema de automatización y control

El núcleo electrónico del proyecto cumplió con su objetivo principal: automatizar cada etapa del lanzamiento. Gracias a la acción coordinada del ESP32-C3 SuperMini y el Arduino Nano, logramos gestionar los sensores y actuadores en tiempo real. Además, la integración de Bluetooth Low Energy (BLE) eliminó la necesidad de una conexión cableada entre el operador y la plataforma, permitiendo supervisar las variables críticas del sistema y disparar el cohete de forma segura desde la aplicación móvil. En lugar de evaluar los componentes de manera aislada, las pruebas de integración demostraron que la verdadera fortaleza del sistema radica en su estabilidad. Durante las pruebas de funcionamiento no se evidenciaron pérdidas apreciables de comunicación, los reguladores de voltaje mantuvieron la potencia bajo control y los actuadores respondieron correctamente a las órdenes enviadas.

Automatización de la secuencia de lanzamiento

La programación del sistema gobierna de forma autónoma toda la secuencia operativa, dividida en tres etapas claras:

1. **Presurización controlada:** El sistema monitorea la presión interna en tiempo real a través del sensor de presión y el manómetro mecánico.
2. **Disparo seguro:** Al alcanzar los 80 psi programados, el operador ejecuta el lanzamiento desde el celular. En ese instante, el ESP32 envía la señal al servomotor MG996R para liberar el mecanismo de retención.

3. **Fase de vuelo:** De forma simultánea, los sensores MPU6050 y BMP280 registran la inclinación, aceleración, temperatura y altura en los tres ejes, preparando las condiciones para la apertura de los sistemas secundarios.

Esta automatización drástica redujo la intervención humana a un solo toque en la pantalla, lo que aumenta la repetibilidad de los ensayos y minimiza los errores de operación en el campo.

Aplicación móvil para el cálculo de parámetros de lanzamiento

Con el propósito de facilitar el uso del modelo matemático desarrollado para el proyecto, se implementó una aplicación móvil con una interfaz tipo calculadora, diseñada para estimar de forma rápida los principales parámetros del lanzamiento del cohete.

Al iniciar la aplicación, el usuario puede seleccionar una de las dos modalidades de cálculo disponibles: lanzamiento vertical o lanzamiento parabólico, de acuerdo con el tipo de análisis que desee realizar. Una vez elegida la modalidad, se habilita el formulario correspondiente para ingresar las variables de entrada requeridas.

Figura 15. Interfaz del menú principal de la aplicación

The figure displays three sequential screenshots of a mobile application titled 'Lanzamiento de cohete'.

- First Screenshot (Main Menu):** Shows two large blue buttons: 'Lanzamiento Vertical' (with a rocket icon) and 'Lanzamiento Parabólico' (with an upward arrow icon).
- Second Screenshot (Input Form):** After selecting a launch mode, the user enters data for 'Presión por botella (psi)' and 'Cantidad de agua por botella'. Each parameter has two input fields: 'Botella arriba' and 'Botella abajo'. Maximum value limits are displayed below each field (e.g., 'Máximo 93 psi' for pressure, 'Máximo 0.6 litros' for water). A blue 'Calcular' button is at the bottom.
- Third Screenshot (Results):** Displays the 'Resultados del Cálculo' in a light blue box. It lists:
 - Altura a llegar: 12.59 m
 - Velocidad botella arriba: 8.62 m/s
 - Velocidad botella base: 7.10 m/s
 - Velocidad final: 15.72 m/s

En la modalidad basada en presión y cantidad de agua, el usuario debe introducir la presión de trabajo y el volumen de agua correspondiente a cada una de las dos etapas del cohete. Para garantizar que los datos ingresados sean físicamente válidos, la aplicación establece límites máximos permitidos para cada parámetro, mostrando dichos valores como referencia junto a cada campo de

entrada. En caso de que el usuario ingrese un valor fuera del rango permitido o deje algún campo incompleto, la aplicación genera automáticamente un mensaje de validación indicando que existe un error en los datos ingresados, impidiendo realizar el cálculo hasta que la información sea corregida.

Una vez validados los datos, el usuario únicamente debe presionar el botón "Calcular", momento en el cual la aplicación ejecuta internamente las ecuaciones implementadas a partir del modelo matemático desarrollado en Excel. Finalmente, se muestran en pantalla los resultados más representativos del lanzamiento.

Esta herramienta constituye una interfaz amigable que simplifica el uso del modelo matemático desarrollado durante la investigación, reduciendo el tiempo requerido para realizar los cálculos y minimizando posibles errores asociados al procedimiento manual.

Resultados teóricos y de simulación del lanzamiento vertical (90°)

Con el propósito de estimar el comportamiento dinámico del cohete antes de la ejecución de las pruebas experimentales, se desarrolló un modelo matemático para el lanzamiento vertical (90°) de un cohete didáctico de dos etapas. Los cálculos se realizaron considerando las condiciones de diseño establecidas para el proyecto y permitieron determinar las principales variables asociadas a la propulsión, el movimiento y el desempeño del sistema. El análisis se efectuó de manera independiente para cada etapa del cohete, obteniendo parámetros relacionados con la velocidad de expulsión del agua, caudal, flujo másico, fuerza de empuje, aceleración, tiempo de propulsión y velocidad final. Posteriormente, estos resultados fueron utilizados para estimar la altura máxima alcanzada durante el vuelo.

Resultados del sistema de propulsión

Para entender cómo se propulsa el cohete, nos basamos en los principios de la mecánica de fluidos. En este diseño, el agua actúa como el propulsor principal, siendo empujada con fuerza hacia el exterior gracias a la presión del aire comprimido. Con el fin de calcular la velocidad con la que sale este chorro de agua, recurrimos a la ecuación de Bernoulli; esta fórmula nos permite conectar directamente la presión interna acumulada con la velocidad de escape del fluido, bajo la premisa de que se comporta como un fluido ideal (Çengel & Cimbala, 2014)

A partir de la velocidad de salida se calcularon el caudal volumétrico y el flujo másico mediante las siguientes expresiones:

Área de la boquilla:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

Donde:

- A: área de salida
- d: diámetro de la boquilla

Velocidad de salida del agua (Bernoulli)

$$V = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$$

Donde:

- V: velocidad del agua
- P: presión interna
- ρ : densidad del agua

Caudal

$$Q = AV$$

Donde:

- Q: caudal volumétrico
- A: área de la boquilla
- V: velocidad de salida

Flujo másico

$$\dot{m} = \rho Q$$

O equivalentemente:

$$\dot{m} = \rho AV$$

Donde:

- $\dot{m}$: flujo másico
- ρ : densidad del agua

Estas ecuaciones permiten cuantificar la cantidad de agua expulsada durante la fase de propulsión y constituyen la base para determinar el empuje generado por el sistema neumático.

Los resultados obtenidos muestran que la primera etapa presenta una mayor velocidad de salida del agua, alcanzando 33,21 m/s, mientras que la segunda etapa registra 28,76 m/s, debido a la mayor presión de operación de la primera etapa. De manera similar, el caudal volumétrico calculado fue de 0,01184 m³/s para la primera etapa y de 0,01025 m³/s para la segunda. Como consecuencia, el flujo másico también fue superior en la primera etapa, con un valor de 11,84 kg/s, frente a 10,25 kg/s en la segunda Tabla 5. Estos resultados evidencian que la primera etapa dispone de una mayor capacidad para generar el empuje necesario durante la fase inicial del lanzamiento.

Tabla 5.

Parámetros teóricos del sistema de propulsión

Parámetro	Etapas 1	Etapas 2	Unidad
velocidad de salida del agua	33,21	28,76	m/s
audal	0,01184	0,01025	m³/s
ujo másico	11,84	10,25	kg/s

Los resultados evidencian que ambas etapas generan un flujo continuo de agua capaz de producir el empuje requerido para impulsar el cohete durante la fase inicial del vuelo.

Resultados del empuje y aceleración

Con el flujo másico del agua ya calculado, pudimos determinar el empuje de cada etapa del cohete aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento. En esencia, esta ley nos dice que la fuerza de propulsión depende directamente de cuánta masa se expulsa por segundo y de la velocidad con la que sale (Anderson, Introducción al vuelo (7.ª ed.), 2012).

Las ecuaciones empleadas fueron:

Empuje teórico

$$F = \dot{m}V$$

Donde

- F: empuje
- $\dot{m}$: flujo másico
- V: velocidad de salida

El análisis dinámico sirvió para medir la fuerza de empuje real que aporta cada etapa. En el papel, la primera etapa genera un empuje teórico de 393,09 N, mientras que la segunda llega a los 294,81 N.

Sin embargo, para aproximar el comportamiento del sistema a condiciones reales de operación, se aplicó un factor de efectividad del 70% al empuje teórico, obteniéndose un empuje efectivo de 275,16 N para la primera etapa y 206,37 N para la segunda. Este porcentaje se adoptó considerando que los modelos teóricos de propulsión asumen condiciones ideales y no contemplan pérdidas asociadas a la fricción del flujo, turbulencias, variaciones de presión, resistencia aerodinámica y otras ineficiencias propias de un cohete de agua. En la práctica, la literatura de la ingeniería

recomienda introducir estos factores de corrección para ajustar los límites ideales al desempeño experimental real de los fluidos (Çengel & Cimbala, 2014).

La aceleración inicial de cada etapa se determinó aplicando la segunda ley de Newton

$$a = \frac{F_{ef} - P}{m}$$

Donde

- F: empuje
- P: peso
- m: masa

Como se puede ver detalladamente en la Tabla 6, el impacto directo de estas fuerzas se traduce en unas aceleraciones iniciales brutales: 75,33 m/s² en la primera etapa y 138,98 m/s² en la segunda. Ambos valores superan con creces la aceleración de la gravedad, algo que era una condición necesaria para lograr que el cohete despegue del suelo.

Tabla 6.

Resultados del análisis dinámico

Parámetro	Etapla 1	Etapla 2	Unidad
Empuje teórico	393,09	294,81	N
Empuje efectivo	275,16	206,37	N
Aceleración inicial	75,33	138,98	m/s ²

Estos resultados muestran que la segunda etapa desarrolla una aceleración superior debido a la reducción de masa del sistema después de la separación, incrementando la capacidad de ascenso durante la fase final de propulsión.

Tiempo de propulsión y velocidad alcanzada

El modelo matemático sirvió para calcular cuánto tiempo tarda en vaciarse por completo el agua de cada etapa. Para ello, el tiempo de propulsión se determinó mediante la relación entre el volumen de agua contenido en cada etapa y el caudal de salida

$$t = \frac{V_{agua}}{Q}$$

Donde

- V_{agua}: volumen de agua
- Q: caudal

Esta expresión relaciona el volumen del fluido con el caudal para determinar el tiempo requerido para su expulsión (Çengel & Cimbala, 2014).

Posteriormente, la velocidad alcanzada al finalizar la fase de propulsión se calculó aplicando la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

$$V = at$$

Donde:

- V_F : velocidad final (m/s)
- a : aceleración (m/s²)
- t : tiempo (s)

Esta ecuación corresponde a las relaciones cinemáticas para un movimiento con aceleración constante (Serway & Jewett, 2018).

Los resultados arrojaron que la primera etapa tiene un tiempo de propulsión de 0,101 s, mientras que la segunda agota su fase de empuje en apenas 0,059 s. Como consecuencia directa de estas aceleraciones, el cohete logra salir disparado a una velocidad de 7,64 m/s al cerrar la primera etapa, y se impulsa hasta alcanzar una velocidad final de 15,77 m/s al concluir la segunda. Toda esta evolución temporal y de velocidades quedó registrada de forma ordenada en la Tabla 7.

Tabla 7.

Tiempo de propulsión y velocidad final

Parámetro	Etapla 1	Etapla 2	Unidad
Tiempo de propulsión	0,101	0,059	s
Velocidad final	7,64	15,77	m/s

La corta duración de la fase de propulsión evidencia que la mayor parte del vuelo ocurre bajo movimiento balístico, una vez finalizada la expulsión del agua.

Altura máxima teórica

Utilizando la velocidad final obtenida en la etapa anterior, la altura máxima se determinó aplicando la ecuación del movimiento vertical para un cuerpo sometido únicamente a la aceleración de la gravedad (Serway & Jewett, 2018).

$$h = h_0 + \frac{V^2}{2g}$$

Donde:

- h : altura máxima (m)

- h_0 : altura inicial (m)
- v_f : velocidad al finalizar la propulsión (m/s)
- g : aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$)

Esta ecuación corresponde al movimiento rectilíneo uniformemente variado en dirección vertical y permite determinar la altura máxima alcanzada cuando la velocidad vertical se hace igual a cero (Serway & Jewett, 2018). El modelo matemático predice una altura aproximada de 12,68 m, correspondiente al punto donde la velocidad vertical se hace igual a cero antes de iniciar el descenso.

Todos estos resultados de los cálculos se pueden evidenciar en la Tabla 8.

Tabla 8.

Resultado teórico del lanzamiento vertical

Parámetro	Valor	Unidad
Velocidad final de la segunda etapa	15,77	m/s
Altura máxima teórica	12,68	m

Los resultados obtenidos constituyen la referencia teórica para la validación experimental del prototipo. En las pruebas de lanzamiento vertical, los datos registrados mediante la instrumentación incorporada a la plataforma permitirán comparar la altura alcanzada con la predicha por el modelo matemático, evaluar el porcentaje de error e identificar la influencia de factores como la resistencia aerodinámica, las pérdidas de presión y otras condiciones propias del sistema real.

Resultados teóricos del lanzamiento parabólico

Con la idea de analizar cómo se comporta el cohete en una trayectoria parabólica, se armó un modelo matemático fijando el ángulo de lanzamiento en 60° . A diferencia del tiro vertical, este análisis nos permitió calcular al mismo tiempo la altura máxima, el alcance horizontal y el tiempo total de vuelo, que son los tres parámetros clave para entender la cinemática en dos dimensiones. Los resultados dejan ver que la fase de propulsión es sumamente corta, durando apenas 0,144 segundos, pero en ese breve instante el cohete llega a una velocidad máxima de 33,52 m/s. Una vez que se agota el empuje, el vehículo continúa con un movimiento puramente balístico, frenado por la gravedad, hasta coronar su altura máxima y comenzar a descender hacia el punto de impacto. Todo este comportamiento teórico quedó resumido en la Tabla 9.

Tabla 9.

Resultados teóricos del lanzamiento parabólico (60°)

Parámetro	Valor	Unidad
Ángulo de lanzamiento	60	°
Tiempo de empuje	0,144	s
Velocidad máxima	33,52	m/s
Velocidad al finalizar el empuje	33,13	m/s
Altura al finalizar el empuje	3,01	m
Altura máxima	31,46	m
Tiempo hasta la altura máxima	2,383	s
Tiempo de descenso	2,712	s
Tiempo total de vuelo	5,095	s
Alcance horizontal	56,81	m
Velocidad al impactar	22,23	m/s
Masa final del cohete	0,315	kg

Los resultados dejan en claro que la mayor parte del vuelo ocurre después de que se apaga la propulsión, ya que el tiempo de empuje es apenas una pequeña fracción de todo el trayecto. Es en esa etapa inicial donde el cohete gana la velocidad necesaria para sostener su trayectoria parabólica, lo que le permite alcanzar una altura máxima de 31,46 m y un alcance horizontal de 56,81 m. Desde el punto de vista dinámico, el modelo predice un empuje máximo de 299,58 N. Esto equivale a una relación empuje-peso de 20,16, una cifra que asegura un despegue limpio y una aceleración brutal en los primeros instantes. De hecho, la aceleración máxima calculada llegó a los 393,91 m/s², un pico que se alcanza justo en el momento de mayor impulso por la expulsión del agua. Si se quieren revisar a fondo estos y otros indicadores, la Tabla 10 reúne de forma detallada todo este conjunto de parámetros dinámicos y energéticos del lanzamiento.

Tabla 10.

Parámetros dinámicos y energéticos del lanzamiento parabólico

Parámetro	Valor	Unidad
Empuje máximo	299,58	N
Relación empuje/peso	20,16	—
Aceleración máxima	393,91	m/s ²
Energía cinética máxima	176,96	J
Energía potencial máxima	97,23	J
Energía mecánica	186,35	J
Número de Reynolds máximo	235 986,83	—

El análisis energético muestra que durante la fase de ascenso parte de la energía cinética se transforma progresivamente en energía potencial gravitatoria hasta alcanzar la altura máxima. Posteriormente, durante el descenso ocurre el proceso inverso, incrementándose nuevamente la energía cinética debido a la aceleración gravitacional. Por otra parte, el elevado número de Reynolds obtenido indica que el flujo alrededor del cohete se desarrolla en un régimen turbulento, condición característica de este tipo de lanzamientos y que influye en la resistencia aerodinámica experimentada durante el vuelo. Los resultados teóricos obtenidos constituyen la referencia para la posterior validación experimental del lanzamiento parabólico. La comparación entre estos valores y los datos registrados durante las pruebas permitirá evaluar la precisión del modelo matemático y analizar la influencia de factores como la resistencia aerodinámica, las pérdidas de energía y las condiciones reales de operación sobre el comportamiento del cohete.

Validación experimental del lanzamiento parabólico

Con el fin de validar el modelo matemático desarrollado, se realizaron pruebas experimentales de lanzamiento parabólico manteniendo constantes la presión de trabajo (80 psi) y el volumen de agua del cohete. Durante los ensayos únicamente se modificó el ángulo de lanzamiento (30°, 45°, 57° y 70°), registrándose el alcance horizontal obtenido en cada prueba.

Tabla 11.

Resultados experimentales del lanzamiento parabólico

Prueba	Ángulo (°)	Presión (psi)	Agua (L)	Alcance experimental (m)
1	70	80	1,70	79,66
2	70	80	1,70	82,71
3	70	80	1,70	77,00
4	57	80	1,70	64,19
5	57	80	1,70	66,12
6	57	80	1,70	62,85
7	45	80	1,70	48,94
8	45	80	1,70	50,21

9	45	80	1,70	47,68
10	30	80	1,70	30,84
11	30	80	1,70	32,17
12	30	80	1,70	31,42

Los resultados experimentales evidencian una variación del alcance horizontal en función del ángulo de lanzamiento. Se observó que los mayores alcances se obtuvieron para los lanzamientos realizados a 70°, mientras que los menores correspondieron a 30°, confirmando la influencia del ángulo sobre la trayectoria del cohete bajo las mismas condiciones de presión y volumen de agua.

Tabla 12.

Comparación entre los resultados teóricos y experimentales

Ángulo (°)	Alcance promedio (m)
70	79,79
57	64,39
45	48,94
30	31,48

La diferencia observada entre los resultados teóricos y experimentales fue superior a la esperada debido a que el modelo matemático desarrollado tuvo como finalidad representar el comportamiento general del lanzamiento y no reproducir con exactitud todas las condiciones físicas del sistema.

Para simplificar el análisis se asumieron condiciones ideales, entre ellas una presión constante durante la expulsión del agua, una velocidad inicial uniforme y una trayectoria determinada únicamente por las ecuaciones cinemáticas del movimiento parabólico. Sin embargo, durante las pruebas experimentales el comportamiento del cohete estuvo influenciado por fenómenos que no fueron incorporados al modelo, como la variación transitoria de la presión interna, los cambios en el caudal de expulsión del agua, la modificación de la masa durante la propulsión, las pérdidas de energía en el sistema neumático y la respuesta dinámica del cohete durante el vuelo. De acuerdo con Çengel y Cimbala (2014), los modelos ideales de flujo no consideran las pérdidas producidas por fricción, turbulencia y disipación de energía presentes en sistemas reales. Asimismo, Sears, Young y Freedman (2013) indican que las ecuaciones cinemáticas describen el movimiento únicamente cuando las hipótesis del modelo permanecen válidas, por lo que cualquier fenómeno adicional genera

discrepancias entre la predicción teórica y el comportamiento experimental. En consecuencia, el porcentaje de diferencia obtenido evidencia la necesidad de incorporar en trabajos futuros modelos que contemplen la variación del empuje, la resistencia aerodinámica y la dinámica real de la propulsión. Con el propósito de verificar la capacidad del sistema de alimentación implementado en la plataforma, se realizó una estimación del consumo eléctrico de los principales componentes electrónicos utilizados durante la operación del prototipo. Para ello, se identificó el voltaje nominal y la corriente de funcionamiento de cada dispositivo a partir de sus especificaciones técnicas y pruebas de operación, calculando posteriormente la potencia eléctrica mediante la relación $P=V \times I$. Esta evaluación permitió determinar la demanda energética total del sistema y comprobar que la batería LiPo de 11,1 V y la batería AT-12V-7AMP proporciona la capacidad suficiente para alimentar de forma estable los circuitos de control, los sensores y los actuadores durante las pruebas de funcionamiento.

Tabla 11.

Evaluación del consumo eléctrico del sistema electrónico PCB 1

Componente	Voltaje (V)	Corriente (A)	Potencia (W)
ESP32	5.0	0.130	0.65
Arduino	5.0	0.080	0.40
3 Servo	5.0	1.200	6.00
Sensor	5.0	0.010	0.05
Relé	5.0	0.070	0.35

Tabla 12.

Evaluación del consumo eléctrico del sistema electrónico PCB 2

Componente	Voltaje (V)	Corriente (A)	Potencia (W)
ESP32-C3 Super Mini (Procesamiento y lógica)	5.0	0.080	0.40
Pantalla OLED SSD1306 (128x64 píxeles)	3.3	0.020	0.07
Sensor Altimétrico BMP280	3.3	0.001	0.003
Sensor Acelerómetro MPU6050	3.3	0.004	0.013
Servo Desacople (Fase de Impulso 1)	5.0	0.400	2.00
Servo Paracaídas (Fase de Vuelo Libre / Apogeo)	5.0	0.400	2.00

Componente	Voltaje (V)	Corriente (A)	Potencia (W)
Total Estimado (Pico en operación)	—	0.905	4.486

Los resultados muestran que el consumo eléctrico de los componentes se mantiene dentro de la capacidad de suministro de la batería seleccionada. Asimismo, la distribución de la carga eléctrica permitió una alimentación estable de los microcontroladores, sensores y actuadores, evitando caídas significativas de voltaje durante el funcionamiento del sistema. Esto confirma que el sistema de alimentación implementado es adecuado para las condiciones de operación de la plataforma.

Articulación de saberes con el sílabo de Física General

La plataforma de lanzamiento automatizada conecta la teoría de Física General con la práctica experimental en Ingeniería Electromecánica a través de cuatro grandes ejes temáticos:

- **Cinemática y Dinámica:** Se estudian el movimiento rectilíneo y el movimiento parabólico. Los estudiantes validan el modelo matemático modificando el ángulo de lanzamiento y comparando la trayectoria teórica con la real, desarrollando pensamiento crítico.
- **Conservación de la Energía y la Cantidad de Movimiento:** Se analizan la energía cinética, potencial, el empuje y el impulso en el vuelo. Permite evaluar visual y experimentalmente cómo influye la presión de trabajo en la transformación de la energía.
- **Mecánica de Fluidos (Hidrostática e Hidrodinámica):** Se aplican conceptos de presión, caudal y empuje para el sistema de propulsión neumática (aire comprimido y agua), verificando de forma práctica las leyes de la hidrodinámica.
- **Integración Científica y Validación Experimental:** Une la mecánica, los fluidos y la instrumentación electrónica (sensores). Los estudiantes adquieren competencias técnicas en registro de datos y habilidades blandas como el trabajo en equipo y la comunicación científica.

CONCLUSIONES

Se diseñó, construyó e implementó una plataforma electromecánica automatizada para el lanzamiento de un cohete didáctico de dos etapas, integrando sistemas mecánicos, neumáticos, electrónicos y de control. Las pruebas de funcionamiento demostraron un desempeño estable de la estructura, los mecanismos de lanzamiento y los sistemas de adquisición de datos, permitiendo el desarrollo seguro de los ensayos experimentales. La implementación del sistema de automatización basado en los microcontroladores ESP32-C3 SuperMini y Arduino Nano, junto con los sensores y la comunicación Bluetooth Low Energy (BLE), permitió controlar el proceso de presurización,

lanzamiento y monitoreo de variables en tiempo real. La aplicación móvil desarrollada facilitó el cálculo de parámetros de lanzamiento y la interacción con la plataforma mediante una interfaz intuitiva. El modelo matemático desarrollado permitió estimar variables como el empuje, la aceleración, la velocidad, la altura máxima y el alcance horizontal, constituyendo una herramienta útil para el análisis preliminar del comportamiento del cohete

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, J. D. (2012). Introducción al vuelo (7.ª ed.). McGraw-Hill.
- Anderson, J. D. (2017). Fundamentos de aerodinámica (5.ª ed.). McGraw-Hill.
- Barrio Perotti, R., Blanco Marigorta, E., Martínez de la Calle, J., & Galdo Vega, M. (2010). El aprendizaje orientado a proyectos en Mecánica de Fluidos a través de la experimentación con cohetes de agua.
- Callister, W. D., & Rethwisch, D. G. (2016). Ciencia e ingeniería de materiales (2ª ed.). Barcelona: Reverté.
- Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2014). Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones (3.ª ed.). McGraw-Hill.
- Halliday, D., Resnick, R., & Krane, K. S. (2007). Physics, Volume 1 (4th ed.). John Wiley & Sons.
- Mott, R. L. (2006). Mecánica de fluidos (6a edición). Mexico: Pearson Educación.
- Roca Vicent, M., Gumbau Gil, M. Á., & Sanchis Campreciós, I. (2017). Cohetes de agua. La parte divertida de las Leyes de Newton. Modelling in Science Education and Learning.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2018). Física para ciencias e ingeniería (10.ª ed.). Cengage Learning.
- Young, H. D., & Freedman, R. A. (2020). Física universitaria con física moderna (15.ª ed.). Pearson.
- Young, H. D., Freedman, R. A., Sears, F. W., & Zemansky, M. W. (2013). Física universitaria (13.ª ed., Vol. 1). Pearson Educación.

CONFLICTO DE INTERÉS:

Los autores declaran que no existen conflicto de interés posibles

FINANCIAMIENTO

No existió asistencia de financiamiento de parte de pares externos al presente artículo.

NOTA:

El artículo no es producto de una publicación anterior.

